

Konu Anlatım

Çarpanlar ve Katlar

ÇARPANLAR VE KATLAR-1

Bir sayıyı tam bölebilen sayılara o sayının çarpanları aynı zamanda bir sayının çarpanlarına da o sayının tam bölenleri denir.

Örnek:

24 sayısını tam bölebilen sayılar;

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24'tür. Bu sayılar aynı zamanda 24 sayısının çarpanlarıdır.

Asal Sayılar

>1 ve kendisinden başka bölüneni olmayan 1'den büyük sayılardır.

>En küçük asal sayı 2'dir, 2'den başka çift asal sayı yoktur.

Bazı asal sayılar;

2, 3, 5, 7, 11...

Örnek:

Aşağıdaki sayılardan hangisi asal sayı değildir?

- A) 11 B) 13 C) 15 D) 17

Çözüm:

A, B ve C şıklarındaki doğal sayıların 1'den ve kendilerinden başka tam bölenleri yoktur. Asal sayıdır. D şıkında verilen 15 sayısını 1 ve kendisinden başka 3 ve 5 sayılarına böler o yüzden 15 asal sayı değildir.

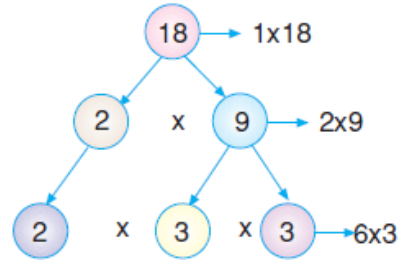
CEVAP C

Asal olmayan bir sayının asal çarpanları şeklinde yazılmasına asal çarpanlarına ayırma denir. İki farklı yöntemle gösterilir.

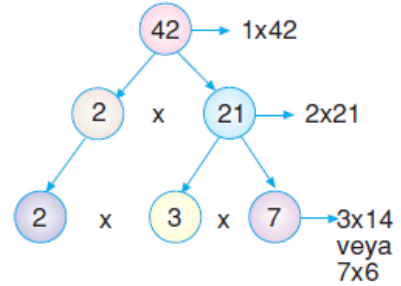
1) Çarpan ağacı

Asal olmayan sayı en başa yazılır ve çarpanı olan en küçük asal sayı ile çarpanlarına ayrılmaya başlanır.

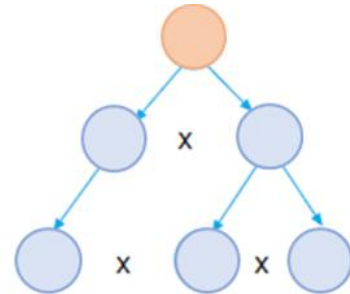
Örnek: 18 sayısının asal çarpanlarını çarpan ağacı yöntemi ile bulalım



Örnek: 42 sayısının asal çarpanlarını çarpan ağacı yöntemi ile bulalım



Örnek: 30 sayısının asal çarpanlarını çarpan ağacı yöntemi ile bulalım



Konu Anlatım

Çarpanlar ve Katlar

2) Bölen Listesi

Sayı yazılır ve sağ tarafını uzun çizgi çizilir, en küçük asal bölüneni ile bölünmeye başlanır.

Örnek: 240 sayısının asal çarpanlarını bulunuz.

240	2
120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

24 sayısının asal bölenleri
2 ve 3'tür

$24=2^3 \cdot 3^1$ şeklinde ifade edilir.

Örnek: 81 sayısının asal çarpanlarını bulunuz.

81	3
27	3
9	3
3	3
1	

81 sayısının asal bölüneni
3'tür

$81=3^4$ şeklinde ifade edilir.

Örnek: 126 sayısının asal çarpanlarını bulunuz.

126

EKOK (En Küçük Ortak Kat)

İki veya daha fazla sayının ortak katlarının en küçüğüne en küçük ortak kat EKOK denir.

Örnek:

3 → 3, 6, 9, 12, 18, 21, 24, 27...

12 → 12, 24, 48 ...

3 ve 12 sayılarının 12, 24, 48 ... gibi bir çok ortak katı vardır. Bu ortak katların arasında en küçük ortak katları 12'dir.

EKOK bulunurken verilen sayıların tümü yan yana yazılır ve bir olana kadar asal sayılarla bölünür. En sonunda da asal çarpanların tümü birlikte çarpılır.

Örnek

24	36	2
12	18	2
6	9	2
3	9	3
1	3	3
	1	

EKOK bulurken listenin sağındaki tüm sayıları birbiriyle çarpıyoruz.

$$\text{EKOK}(24,36)=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$$

Birden fazla sayının EKOK'unu bulurken de yine aynı işlemi yaparız.

Örnek:

2	6	9	2
1	3	9	3
	1	3	3
		1	

$$\text{EKOK}(2,6,9)=2 \times 3 \times 3 = 18 \text{ gün}$$

Konu Anlatım

Çarpanlar ve Katlar

*Biri diğerinin katı olan iki sayıdan büyük olanı EKOK'a eşittir.

Örnek:

$$\text{EKOK}(6, 24) = 24$$

*Ortak asal çarpanların üssü en büyük olanlar ile ortak olmayanların çarpımı ile de EKOK bulunur

Örnek:

48, 54, 60 sayılarının en küçük ortak katları kaçtır?

$$48 = 2^4 \cdot 3^1$$

$$54 = 2^1 \cdot 3^3$$

$$60 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

$$\text{EKOK}(48, 54, 60) = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^1$$

=> Problemlerde küçük parçalardan büyük parçalara geliyorsa yani elde ediliyorsa EKOK bulunarak çözüme gidilir.

=>EKOK ile çözülen problemler genellikle şu şekildedir;

>Birtakım nesnelere (ceviz, top, boncuk) vesaire sayılıyor ve sayıldıktan sonra artan oluyorsa

>Aynı anda harekete başlayan arabalar belirli bir süre sonra tekrar karşılaşması süreleri soruluyorsa

>Küçük küplerden veya dikdörtgenler prizmasından büyük bir küp yapılması isteniyorsa

>Nöbet, gün, alarm gibi aynı anda başlayan durumların birlikte tekrarlanmaları soruluyorsa

>Sıralara oturan öğrenciler de ayakta kalan oluyorsa gibi sorulardır

Örnek:

Kavanozdaki cevizler ikişerli altışarlı ve dokuzarlı paylaştıklarında her seferinde bir ceviz artmaktadır. Buna göre sepette en az kaç ceviz vardır?

Çözüm:

İlk olarak 2, 6 ve 9 sayılarının en küçük ortak katlarını bulmamız gerekir.

2	6	9	2
1	3	9	3
	1	3	3
		1	EKOK(2,6,9)=2x3x3

$$\text{EKOK}(2, 6, 9) = 18$$

Eğer 18 ceviz olsaydı; ikişerli, altışarlı ve dokuzarlı paylaştıklarında hiç ceviz artmayacaktı. Fakat soru da her seferinde 1 ceviz arttığını söylediği için artan cevizi sonuca eklemeliyiz.

$$18 + 1 = 19 \text{ kavanozdaki ceviz sayısı.}$$

CEVAP: 19

Örnek:

Boyutları 25cm ve 15cm olan dikdörtgen şeklindeki fayanslarla kaplanabilecek en küçük karenin alanı kaç cm^2 'dir?

Çözüm:

İlk olarak 25 ve 15 sayılarının en küçük ortak katlarını bulmamız gerekir.

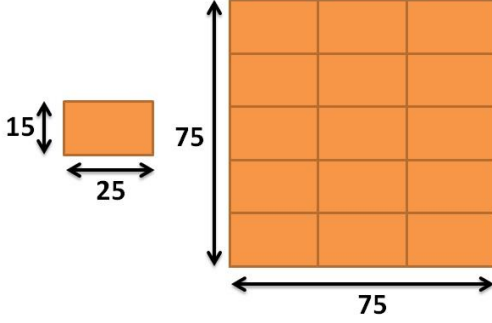
15	25	3
5	25	5
1	5	5
1	1	

$$\text{EKOK}(15, 25) = 3 \cdot 5^2 = 75$$

Oluşabilecek en küçük karenin alanı 75 cm^2 'dir.

Konu Anlatım

Çarpanlar ve Katlar



CEVAP: 75 cm²

EBOB (En Büyük Ortak Bölen)

İki veya daha fazla sayının ortak bölenlerinin en büyüğüne en büyük ortak bölen EBOB denir.

Örnek:

48 → 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, 48

36 → 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

48 ve 36 sayılarını bölebilen sayılar yukarıdaki gibidir. Bu sayıları ortak bölebilen sayıların arasında en büyük ortak bölen 12'dir.

EBOB bulunurken verilen sayıların tümü yan yana yazılır ve bir olana kadar asal sayılarla bölünür. Bu işlem yapılırken her iki sayıyı da ortak bölebilen asal sayıları unutmamak için bu sayıların köşesine yıldız koymanızda fayda var. En sonunda da ortak bölen asal sayıların tümü birlikte çarpılır.

Örnek

18	24	2	EBOB (18,24) = 2x3 =6
9	12	2	
9	6	2	
9	3	3	
3	1	3	
1			

*Biri diğerinin katı olan iki sayıdan küçük olanı EBOB'e eşittir.

Örnek:

EBOB (6, 24) = 6

*Ortak asal çarpanların üssü küçük olanların çarpımı ile de EBOB bulunur. (Ortak olmayan çarpan alınmaz.)

Örnek:

48, 54, 60 sayılarının en büyük ortak böleni kaçtır?

$$48 = 2^4 \cdot 3^1$$

$$54 = 2^1 \cdot 3^3$$

$$60 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

$$\text{EBOB (48, 54, 60)} = 2^1 \cdot 3^1 = 6$$

=> Problemlerde büyük parçalardan küçük parçalara gidiliyorsa yani elde ediliyorsa EBOB bulunarak çözüme gidilir.

=>EBOB ile çözülen problemler genellikle şu şekildedir;

>Tahta ve kumaş gibi nesnelerin parçalara ayrılması

>Dikdörtgen şeklienden küçük kare şekiller elde etmek

>Bir bölgenin etrafına eşit aralıklarla dikilebilecek ağaç ve direk sayıları

>Çuvallarda şişelerde bulunan malzeme ve sıvıların başka kaplara aktarılması gibi sorular EBOB ile çözülür.

Örnek:

Kenar uzunlukları 18 ve 30 cm olan dikdörtgen şeklindeki bir karton eşit alanlı karelere ayrılacak isteniyor. Bu iş için en az kaç karton gerekir?

Konu Anlatım

Çarpanlar ve Katlar

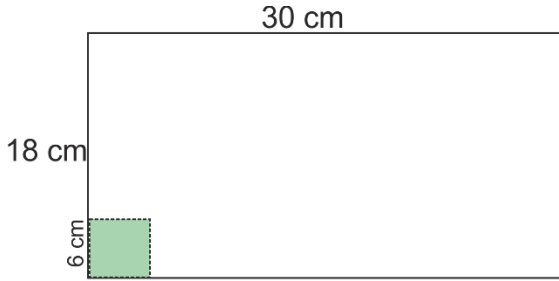
Çözüm:

İlk olarak 18 ve 30 sayılarının en büyük ortak bölenlerini bulmamız gerekir.

30	18	2
15	9	3
5	3	3
5	1	5
1		

EBOB(18,30)=2x3
=6 cm

Bulduğumuz 6 sayısı elde etmemiz gereken kare kartonların bir ayrıntının uzunluğudur. Dikdörtgenin içine 6 cm'lik kenarlara sahip kareler yerleştireceğiz. Bunun için dikdörtgenin ayrıtlarını 6cm'e bölmemiz gerekir. Çünkü her iki ayrıttanda 6cm'lik parçalar (kenarlar) elde edilecektir.



$$\text{Dikey olarak: } \frac{18}{6} = 3$$

$$\text{Yatay olarak: } \frac{30}{6} = 5$$

$$\text{Toplam} = 3 \times 5 = 15 \text{ kare vardır.}$$

Örnek:

48 kg un ve 60 kg buğday birbirleri ile karıştırılmadan eşit çuvalara doldurulacaktır. Bu iş için en az kaç çuval gerekir?

Çözüm:

48	60	2
24	30	2
12	15	2
6	15	2
3	15	3
1	5	5
	1	

Ebob (48, 60) = 2 x 2 x 3
= 12

Bulduğumuz 12 sayısı bir çuvalın alabileceği en fazla malzemenin kütlesidir. Çuval sayısını bulabilmek için un ve buğdayın kütlelerini 12'ye bölmemiz gerekir.

$$48:12=4 \text{ un için gerekli çuval sayısı}$$

$$60:12=5 \text{ buğday için gerekli çuval sayısı}$$

$$\text{Toplam çuval sayısı, } 5+4=9 \text{ dur.}$$

CEVAP: 9



Yeni müfredata ve yeni sisteme %100 uyumlu
İsemkitap.com ve tüm kitapçılarda